**Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos - 2019**

# Prova escrita de conhecimentos específicos de

# MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

**Instruções gerais**

**1.** A prova é constituída por dois grupos de questões obrigatórias.

**2.** A duração da prova é de 2 horas, estando prevista uma tolerância de 30 minutos;

**3**. Só pode utilizar para elaboração das suas respostas e para efetuar os rascunhos as folhas distribuídas pelo docente vigilante, salvo se previsto outro procedimento;

**4.** Não utilize qualquer tipo de corretor. Se necessário risque ou peça uma troca de folha;

**5.** Não é autorizada a utilização de quaisquer ferramentas de natureza eletrónica (telemóvel, *ipad*, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), exceto máquina de calcular para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções, devidamente autorizadas.

**6.** Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um documento válido de identificação (cartão de cidadão, bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte);

**7.** A seguir ao número de cada questão encontra entre parênteses a respetiva cotação.

Leiria, 1 de junho de 2019

# Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos – 2019

## Prova de Avaliação de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

- **Identifique claramente os grupos e as questões a que responde**.
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de **tinta azul** ou **preta**.
- É **interdito** o uso de "**esferográfica lápis**" e de **corretor**.
- A prova de avaliação tem **9 páginas**.
- A prova de avaliação inclui um **formulário** na **página 8**.
- As **cotações** da prova de avaliação encontram-se na **página 9**.

# Grupo I

- As **dez questões** deste grupo são de **escolha múltipla**.
- Em cada questão são indicadas **quatro alternativas** de resposta das quais **só uma está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra ou se esta for ilegível, a sua **resposta** será considerada **incorreta**.
- As **respostas incorretas** terão **cotação nula**.
- **Não apresente nem cálculos nem justificações**.

1. A tabela apresenta o número de votos que cada uma das listas obteve durante um processo eleitoral. Como nenhuma das listas obteve a maioria absoluta, houve a necessidade de se fazerem coligações. Admita que o número de votos obtidos por uma coligação é igual à soma dos números de votos validamente expressos nas listas que formam essa coligação e que o número de votos nas outras listas se mantém.

| Lista | $X$ | $Y$ | $Z$ | $W$ |
|---|---|---|---|---|
| Número de Votos | 373 | 602 | 318 | 157 |

Qual é a coligação que permitiria obter a maioria absoluta?

**(A)** $X$ com $W$. **(B)** $X$ com $Z$. **(C)** $Y$ com $W$. **(D)** $Z$ com $W$.

2. Considere em $\mathbb{R}$ a equação polinomial, definida por, $(x^2 - 4x)(x^2 - 5x + 4) = 0$.

Qual é o seu conjunto solução?

**(A)** $\{0, 1, 4\}$. **(B)** $\{0, 5, 4\}$. **(C)** $\{0, -1, 4\}$. **(D)** $\{0, -5, 4\}$.

3. Considere em $\mathbb{R}$ o polinómio $P$, definido por, $P(x) = (x^2 + 4x + 4)(x^2 + x - 2)$.

Qual é a sua decomposição em fatores?

**(A)** $(x-1)^2(x+2)^2$. **(B)** $(x-1)^2(x-2)^2$.

**(C)** $(x-1)(x+2)^3$. **(D)** $(x-1)^3(x+2)$.

4. Considere o sistema de equações lineares do primeiro grau, definido por,

$$\begin{cases} x - \dfrac{y}{4} = 2 \\ \dfrac{x+3y}{2} = y - (1-x) \end{cases}.$$

Qual é o par de números ordenados $(x, y)$ que é solução do sistema?

(**A**) $(0, 2)$. (**B**) $(0, -2)$. (**C**) $(2, 0)$. (**D**) $(-2, 0)$.

5. Considere um grafo $G = (V, E)$ com 20 vértices.

Qual é o grau máximo de um vértice de $G$?

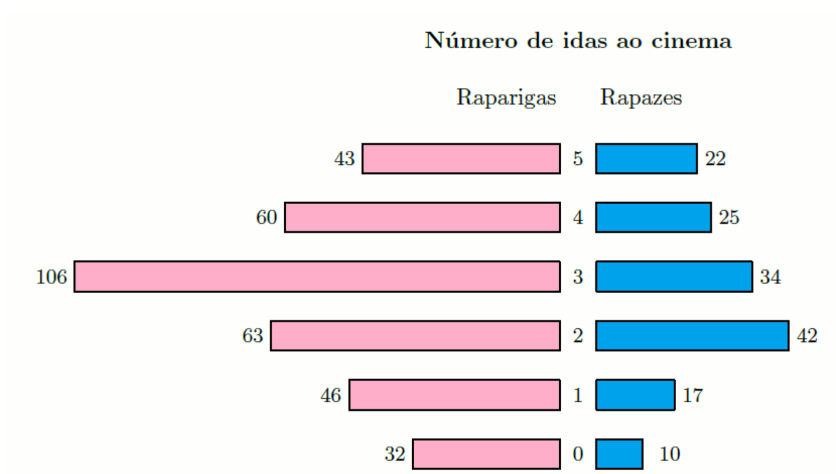
(**A**) 20. (**B**) 19. (**C**) 11. (**D**) 10.

6. Considere os números 9, 10, 14 e $k$, onde $k$ é um número natural. Sabe-se que 10 é o valor exato da média desses números.

Qual é o valor de $k$?

(**A**) 8. (**B**) 5. (**C**) 6. (**D**) 7.

7. A figura apresenta os resultados obtidos durante um inquérito, no qual foram inquiridos 500 estudantes de uma escola, selecionados ao acaso, quanto ao número de vezes que foram ao cinema durante as férias do verão de 2018.




Qual é a percentagem, arredondada às décimas, de raparigas que foram ao cinema, pelo menos, três vezes durante as férias do verão?

(**A**) 29.4 %. (**B**) 59.7 %. (**C**) 71.4 %. (**D**) 82.9 %.

8. Considere uma experiência aleatória $h$.

   Qual é a definição de espaço amostral associado a $h$?

   (**A**) É o espaço físico onde se realiza a experiência.

   (**B**) É o conjunto dos resultados mais prováveis de $h$.

   (**C**) É um conjunto de resultados possíveis de $h$.

   (**D**) É o conjunto de todos os resultados possíveis de $h$.

9. Considere uma experiência aleatória, com espaço de resultados $\Omega$ finito e dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, associados a essa experiência. Suponha que $P(B) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$ e $P(A \cap B) = 0.2$.

   Qual é o valor de $P(A)$?

   (**A**) 0.1. (**B**) 0.2. (**C**) 0.3. (**D**) 0.5.

10. Considere uma variável $X$, cujas frequências relativas ordinárias se encontram na tabela.

| $x_i$ | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|
| $f_i$ | $k/8$ | $1/4$ | $k/4$ |

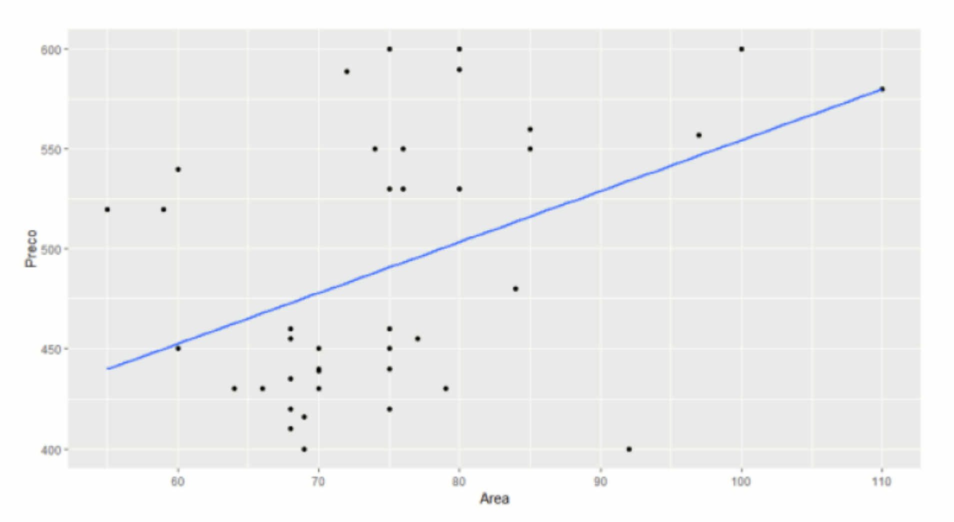
   Qual é o valor de $k$?

   (**A**) 4. (**B**) 3. (**C**) 2. (**D**) 1.

# Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de maneira clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode **recorrer à sua máquina de calcular** para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**. Em valores aproximados, realize arredondamentos com **4 casas decimais**.

1. Considere o diagrama de dispersão da figura, relativo a uma amostra de casas numa cidade, onde se registou o preço, em centenas de euros e a área, em metros quadrados.




(a) Olhando para o diagrama, parece-lhe que o preço está linearmente relacionado com a área das casas? Justifique. Qual a sua previsão, com base no diagrama, para o coeficiente de correlação? Pode ser 0.2?

(b) A equação da reta de regressão é $Preco = 2.55Area + 299.5$. Com base neste modelo:

  i. Qual é o significado da constante 299.5?

  ii. Qual é a estimativa do preço de uma casa com 100 $\mathrm{m}^2$ de área?

  iii. Qual é o efeito do aumento de mais 1 $\mathrm{m}^2$ na área de uma casa?

2. O aparelho de ar condicionado de uma sala de cinema teve uma avaria durante a exibição de um filme. A temperatura $C$, da sala, $t$ horas após a avaria e até ao final do filme, pode ser dada, aproximadamente, pela expressão, $C = 21 + 2t$, com $C$ expresso em graus centígrados e $t$ expresso em horas.

(a) Na sala, qual a temperatura, em graus centígrados, uma hora após a avaria?

(b) No final do filme, a temperatura na sala era de 24 graus centígrados. Há quanto tempo ocorreu a avaria?

Apresente os cálculos que efetuar e, na resposta, apresente o resultado em minutos.

3. Relativamente aos trabalhadores de uma certa empresa, sabe-se que o número de homens é igual a um quarto do número de mulheres. Se a empresa contratar mais 2 homens e mais 3 mulheres, o número de homens passará a ser igual a um terço do número de mulheres.

Escreva um sistema de duas equações do 1.º grau que traduza este problema representando por $h$ o número de homens e por $m$ o número de mulheres.

4. Nas escolas secundárias de uma determinada cidade, 10 % dos estudantes gostam de Matemática ($M$), 20 % gostam de Português ($P$) e 3 % gostam de Matemática e Português.

   (a) Construa o diagrama de Venn que ilustre o enunciado.

   (b) Calcule a probabilidade de um estudante dessa cidade, escolhido ao acaso:

      i. gostar de pelo menos uma das disciplinas;

      ii. não gostar nem de Matemática nem de Português;

      iii. gostar de Português mas não gostar de Matemática.

5. Uma empresa de transportes públicos, num estudo sobre o transporte de passageiros, registou o número de pessoas que apanham o autocarro num determinado ponto da cidade, em 50 dias escolhidos ao acaso. Os dados obtidos foram resumidos na tabela, onde $n_i$ designa a frequência ordinária absoluta, $f_i$ a frequência ordinária relativa, $N_i$ a frequência acumulada absoluta e $F_i$ a frequência acumulada relativa.

| Nº de pessoas | Freq. Ordinárias | | Freq. Acumuladas | |
|---|---|---|---|---|
| | $n_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
| 0 | 2 | 0.04 | 2 | 0.04 |
| 1 | 4 | 0.08 | 6 | 0.12 |
| 2 | 7 | 0.14 | 13 | 0.26 |
| 3 | 9 | 0.18 | 22 | 0.44 |
| 4 | 8 | 0.16 | 30 | 0.60 |
| 5 | 8 | 0.16 | 38 | 0.76 |
| 6 | $n_7$ | $f_7$ | $N_7$ | $F_7$ |
| 7 | 2 | 0.04 | 45 | 0.90 |
| 8 | 3 | 0.06 | 48 | 0.96 |
| 9 | 1 | 0.02 | 49 | 0.98 |
| 10 | 1 | 0.02 | 50 | 1.00 |

   (a) Mostre que $n_7 = 5$ e determine $f_7$, $N_7$ e $F_7$.

   (b) Em quantos dias entraram 8 passageiros no autocarro? Qual a percentagem de dias em que entraram mais de 6 passageiros?

   (c) Determine o valor da média aritmética, da mediana e da moda.

   (d) Represente graficamente as frequências ordinárias relativas.

6. A direção de uma empresa pretende distribuir fibra ótica pelo campus da empresa, para ligar 7 pavilhões. A instalação da fibra custa 3.2 euros por metro. As distâncias, em metros, entre os pontos $P_1$, $P_2$, $P_3$ , $P_4$, $P_5$, $P_6$ e $P_7$ a ligar com fibra estão na tabela, onde o símbolo "–" significa que a ligação não pode ser feita entre aqueles pontos ou que aquela distância já foi indicada.

| | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | $P_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_2$ | 350 | – | – | – | – | – |
| $P_3$ | 730 | 340 | – | – | 220 | – |
| $P_4$ | – | 200 | 100 | – | 220 | – |
| $P_5$ | – | – | 150 | – | – | – |
| $P_6$ | | 190 | – | 240 | – | – |
| $P_7$ | 500 | – | – | – | – | 650 |

Para minimizar o custo de instalação da fibra recorreu-se ao seguinte algoritmo:

- Ordenar as distâncias pela ordem crescente da sua grandeza, indicando-se, para cada distância, o par de pavilhões que lhe corresponde.
- Construir um grafo, cujos vértices representem os pavilhões, selecionando-se sucessivamente, as distâncias menores e tendo-se em conta que, se a aresta a que corresponde a distância selecionada não levar à formação de um circuito, essa aresta deve ser considerada, caso contrário, essa aresta não deve ser considerada.
- Terminar quando o número de arestas for igual ao número de vértices menos um.

(a) Aplique o algoritmo ao problema dado.

(b) Qual o custo mínimo de instalação da fibra ótica e que ligações devem ser efetuadas?

# FIM da Prova de Avaliação

## FORMULÁRIO

### Probabilidades

Consideremos uma experiência aleatória $e_h$, com universo $\Omega$ e os acontecimentos $A$, $B$, $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$ e $E$ tais que: $P(E) \neq 0$, $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = \Omega$ e $A_i \cap A_j = \varnothing, \forall i, j = 1, 2, ..., n : i \neq j$.

Então:

◊ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

◊ $P(A|E) = \dfrac{P(A \cap E)}{P(E)}$

◊ $P(E) = P(E \cap A_1) + P(E \cap A_2) + ... + P(E \cap A_n)$

◊ $P(A_i|E) = \dfrac{P(E|A_i)\,P(A_i)}{P(E|A_1)\,P(A_1) + P(E|A_2)\,P(A_2) + ... + P(E|A_n)\,P(A_n)}$

### Estatística Descritiva

| Modalidades | Frequência Absoluta Ordinária | Frequência Relativa Ordinária | Frequência Absoluta Acumulada | Frequência Relativa Acumulada |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $n_1$ | $f_1$ | $N_1$ | $F_1$ |
| $x_2$ | $n_2$ | $f_2$ | $N_2$ | $F_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $x_i$ | $n_i$ | $f_i$ | $N_i = \sum_{j=1}^{i} n_j$ | $F_i = \sum_{j=1}^{i} f_j$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $x_p$ | $n_p$ | $f_p$ | $N_p = n$ | $F_p = 1$ |

◊ $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^{p} f_i x_i$

◊ $s = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i^2}{n} - \overline{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \dfrac{n_i x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Grupo I** | | | **70** |
| Cada resposta certa | | 7 | |
| Cada resposta errada, anulada ou não respondida | | 0 | |
| **Grupo II** | | | **130** |
| **1.** | | 25 | |
| **(a)** | 10 | | |
| **(b)** | 15 | | |
| **i.** | 5 | | |
| **ii.** | 5 | | |
| **iii.** | 5 | | |
| **2.** | | 15 | |
| **(a)** | 5 | | |
| **(b)** | 10 | | |
| **3.** | | 15 | |
| **4.** | | 25 | |
| **(a)** | 8 | | |
| **(b)** | 17 | | |
| **i.** | 5 | | |
| **ii.** | 5 | | |
| **iii.** | 7 | | |
| **5.** | | 30 | |
| **(a)** | 8 | | |
| **(b)** | 8 | | |
| **(c)** | 8 | | |
| **(d)** | 6 | | |
| **6.** | | 20 | |
| **(a)** | 15 | | |
| **(b)** | 5 | | |
| **Total** | | | **200** |