

Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos – 2017

Prova de Avaliação de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

- **Identifique claramente os grupos e as questões a que responde.**
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de **tinta azul** ou **preta**.
- É **interdito** o uso de “**esferográfica lápis**” e de **corretor**.
- A prova de avaliação tem **8 páginas**.
- A prova de avaliação inclui um **formulário** na **página 7**.
- As **cotações** da prova de avaliação encontram-se na **página 8**.

# Grupo I

- As **seis questões** deste grupo são de **escolha múltipla**.
- Em cada questão são indicadas **quatro alternativas** de resposta das quais **só uma está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra ou se esta for ilegível, a sua **resposta** será considerada **incorreta**.
- As **respostas incorretas** terão **cotação nula**.
- **Não apresente nem cálculos nem justificações**.

1. Considere os polinómios  $p$ ,  $q$ ,  $r$  e  $s$ , na variável  $x$ , definidos por,

$$\begin{aligned} p(x) &= ax + by + am + bm, & q(x) &= (a + b)(x + m), \\ r(x) &= 9x^2 - 16 & e & & s(x) &= (3x - 4)(3x + 4), \end{aligned}$$

com constantes reais  $a$ ,  $b$  e  $m$  diferentes de zero.

Qual é a afirmação correta?

- (A)  $p(x) \neq q(x)$  e  $r(x) = s(x)$ .
- (B)  $p(x) = q(x)$  e  $r(x) = s(x)$ .
- (C)  $p(x) = q(x)$  e  $r(x) - 12x = s(x)$ .
- (D) Nenhuma das afirmações anteriores.

2. Considere a função  $f$ , real de variável real, definida por,

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 2x}.$$

Qual é o domínio da função  $f$ ?

- (A)  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$ .
- (B)  $\mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2\}$ .
- (C)  $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ .
- (D)  $\mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$ .

3. Numa tarde, no parque de estacionamento do Continente estavam 29 veículos, entre carros e motos. No total contei 106 rodas.

Quantos carros e quantas motos estavam no parque de estacionamento?

- (A) 24 carros e 5 motos.
- (B) 20 carros e 9 motos.
- (C) 10 carros e 19 motos.
- (D) 22 carros e 7 motos.

4. A tabela contém as percentagens (arredondadas às centésimas) de trabalhadores de uma empresa de acordo com o Departamento e com o Género.

	Operacional	Serviços	Gestão
Feminino	33,12 %	5,70 %	15,61 %
Masculino	43,46 %	2,11 %	0,00 %

Suponha que existem 258 trabalhadores do Género Masculino.

Dos trabalhadores do Departamento Operacional quantos são do Género Masculino?

- (A) 112.
- (B) 118.
- (C) 119.
- (D) Nenhuma das respostas anteriores.

5. Uma caixa contém bolas vermelhas e bolas azuis.

Retiram-se, ao acaso e sem reposição, duas bolas.

Sabendo que a probabilidade da primeira bola ser azul é de  $\frac{3}{5}$  e da primeira ser azul e da segunda ser vermelha é de  $\frac{3}{10}$ , qual é a probabilidade da segunda ser vermelha quando a primeira foi azul?

- (A)  $\frac{3}{10}$ .
- (B)  $\frac{1}{2}$ .
- (C)  $\frac{1}{10}$ .
- (D) Nenhuma das respostas anteriores.

6. Considere dois acontecimentos,  $A$  e  $B$ , ligados a uma experiência aleatória.

Suponha que  $P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  e  $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ .

O que pode afirmar a respeito dos acontecimentos  $A$  e  $B$ ?

- (A) São contrários.
- (B) São incompatíveis.
- (C) São independentes.
- (D) Nenhuma das respostas anteriores.

## Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de maneira clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode **recorrer à sua máquina de calcular** para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Cinco partidos,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$  concorreram às eleições de uma câmara e obtiveram, respetivamente, 15607, 12321, 18400, 14820 e 11091 votos.

- (a) Sabendo que o número de eleitores é de 75000, qual a percentagem de abstenções?
- (b) Qual o partido vencedor? Com que tipo de maioria?
- (c) Suponha que o número de pessoas a eleger é 10.

Faça a distribuição das 10 pessoas pelos partidos, utilizando o método de Hondt.

2. O senhor Luís paga, relativamente ao seu telefone, 8 euros pela assinatura mensal e 25 cêntimos por cada impulso de conversação telefónica.

- (a) Indique uma expressão para a função afim que relaciona a quantia a pagar em euros pela conta telefónica ( $y$ ), com o número de impulsos ( $x$ ) gastos mensalmente.

(b) Usando a expressão da alínea anterior, determine:

- i. a quantia a pagar mensalmente por 100 impulsos de conversação telefónica;
- ii. o número de impulsos de conversação telefónica no caso em que a quantia a pagar foi de 53 euros.

3. Considere os polinómios  $p$  e  $q$ , na variável  $x$ , definidos por,

$$p(x) = x^2 - 6x + 5 \qquad \text{e} \qquad q(x) = ax^2 - x.$$

- (a) Decomponha em fatores do primeiro grau o polinómio  $q$ .
- (b) Resolva a equação  $p(x) = 0$  em ordem a  $x$ .
- (c) Resolva a equação  $q(x) = a$  em ordem a  $a$ , admitindo que  $x \neq -1$  e  $x \neq 1$ .
- (d) Considere  $a = 1$ . Determine todos os valores de  $x$  para os quais  $p(x) = q(x)$ .

4. A tabela apresenta o registo das despesas em manutenção por ano, para dois carros  $A$  e  $B$ .

Carro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A$	94	188	282	376	470	564	658	752	846	940
$B$	196	338	473	561	606	626	633	637	638	639

- (a) Determine a média aritmética dos gastos com a manutenção do carro  $A$  nos 10 primeiros anos.
- (b) Qual dos dois carros tem gastos mais dispersos? Justifique dizendo qual a medida de dispersão que utilizou.
- (c) Suponha que o modelo matemático,

$$y(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes reais e  $e$  designa o número de Neper, se ajusta bem à nuvem de pontos correspondente ao gasto em manutenção do carro  $B$ .

Determine as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , recorrendo à calculadora.

Apresente os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  com arredondamentos às milésimas.

- (d) Um modelo de crescimento linear é apropriado para descrever os dados relativos ao carro  $A$ ? Justifique:
- representando graficamente os dados relativos aos gastos com o carro  $A$ ;
  - apresentando o valor do coeficiente de correlação linear entre as variáveis *ano* e *gasto* na manutenção do carro  $A$ ;
  - relacionando o diagrama de dispersão com o valor do coeficiente de correlação linear.
- (e) Utilize o modelo da alínea (c), com  $a = 6$ ,  $b = 0,9$  e  $c = 700$  para prever os gastos em manutenção do carro  $B$  no 11.º ano.

5. De um grupo de 40 pessoas, 10 são saudáveis e as restantes 30 têm a pressão arterial elevada, o colesterol elevado ou ambas as coisas.

Se 15 tiverem a pressão arterial elevada e 25 o nível do colesterol elevado,

- Quantas pessoas têm a pressão arterial e colesterol elevados?
- Se uma pessoa for escolhida aleatoriamente deste grupo de 40, qual a probabilidade de:
  - ter a pressão arterial elevada?
  - ter pressão arterial e colesterol elevados?
  - ter a pressão arterial elevada, sabendo que tem colesterol elevado?
- Se forem seleccionadas duas pessoas aleatoriamente, destas 40, qual a probabilidade de ambas terem colesterol elevado?

## FORMULÁRIO

### Probabilidades

---

Consideremos uma experiência aleatória  $e_h$ , com universo  $\Omega$  e os acontecimentos  $A$ ,  $B$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ , ...,  $A_n$  e  $E$  tais que:  $P(E) \neq 0$ ,  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$  e  $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i, j = 1, 2, \dots, n : i \neq j$ .

Então:

$$\diamond P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\diamond P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

$$\diamond P(E) = P(E \cap A_1) + P(E \cap A_2) + \dots + P(E \cap A_n)$$

$$\diamond P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i) P(A_i)}{P(E|A_1) P(A_1) + P(E|A_2) P(A_2) + \dots + P(E|A_n) P(A_n)}$$

### Estatística Descritiva

---

Modalidades	Frequência Absoluta Ordinária ( $n_i$ )	Frequência Relativa Ordinária ( $f_i$ )
$x_1$	$n_1$	$f_1$
$x_2$	$n_2$	$f_2$
...	...	...
$x_p$	$n_p$	$f_p$
TOTAL	$n$	1

$$\diamond \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^p f_i x_i$$

$$\diamond s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

<b>Grupo I</b> .....	<b>60</b>
Cada resposta certa .....	10
Cada resposta errada, anulada ou não respondida .....	0
 <b>Grupo II</b> .....	 <b>140</b>
<b>1.</b> .....	20
<b>(a)</b> .....	5
<b>(b)</b> .....	5
<b>(c)</b> .....	10
<b>2.</b> .....	15
<b>(a)</b> .....	10
<b>(b)</b> .....	5
<b>i.</b> .....	2
<b>ii.</b> .....	3
<b>3.</b> .....	30
<b>(a)</b> .....	4
<b>(b)</b> .....	6
<b>(c)</b> .....	10
<b>(d)</b> .....	10
<b>4.</b> .....	45
<b>(a)</b> .....	5
<b>(b)</b> .....	5
<b>(c)</b> .....	10
<b>(d)</b> .....	18
<b>i.</b> .....	6
<b>ii.</b> .....	6
<b>iii.</b> .....	6
<b>(e)</b> .....	7
<b>5.</b> .....	30
<b>(a)</b> .....	6
<b>(b)</b> .....	18
<b>i.</b> .....	6
<b>ii.</b> .....	6
<b>iii.</b> .....	6
<b>(c)</b> .....	6
<b>Total</b> .....	<b>200</b>