

**Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade
para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores
de 23 Anos - 2020**

**Prova escrita de conhecimentos específicos
de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS**

Instruções gerais

1. A prova é constituída por dois grupos de questões obrigatórias.
2. A duração da prova é de 2 horas, estando prevista uma tolerância de 30 minutos;
3. Só pode utilizar para elaboração das suas respostas e para efetuar os rascunhos as folhas distribuídas pelo docente vigilante, salvo se previsto outro procedimento;
4. Não utilize qualquer tipo de corretor. Se necessário risque ou peça uma troca de folha;
5. Não é autorizada a utilização de quaisquer ferramentas de natureza eletrónica (telemóvel, *ipad*, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), exceto máquina de calcular para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções, devidamente autorizada.
6. Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um documento válido de identificação (cartão de cidadão, bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte);
7. Na última página do teste encontra as cotações de cada questão.

Leiria, 20 de junho de 2020

Provas Especialmente Adequadas Destinadas a
Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos
Superiores do Instituto Politécnico de Leiria
dos Maiores de 23 Anos – 2020

Prova de Avaliação de MATEMÁTICA
APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

- **Identifique claramente os grupos e as questões a que responde.**
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de **tinta azul** ou **preta**.
- É **interdito** o uso de “**esferográfica lápis**” e de **corretor**.
- A prova de avaliação tem **10 páginas**.
- A prova de avaliação inclui um **formulário** nas **páginas 8 e 9**.
- As **cotações** da prova de avaliação encontram-se na **página 10**.

4. Considere um grafo completo, com n vértices.

Qual das afirmações define o grafo?

- (A) É um grafo em que as arestas têm pesos.
- (B) É um grafo em que existe um caminho que liga qualquer par de vértices.
- (C) É um grafo em que cada vértice tem grau $n - 1$.
- (D) É um grafo que contém um circuito hamiltoniano.

5. Considere um grafo G com 7 vértices.

Sabe-se que $C = (v_1, v_3, v_2, v_4, v_5, v_6, v_7, v_1)$ é um caminho em G .

Qual das afirmações é verdadeira?

- (A) G não é um grafo conexo.
- (B) C não está bem definido.
- (C) C é um circuito hamiltoniano.
- (D) Nenhuma das afirmações anteriores está correta.

6. Considere que na análise de um conjunto de dados tinha o valor da média aritmética, da moda, do mínimo, do 1.º quartil, da mediana, do 3.º quartil e do máximo.

Qual a medida ou medidas que escolheria para avaliar a dispersão dos dados?

- (A) A média aritmética.
- (B) O mínimo e o máximo.
- (C) A média aritmética e a moda.
- (D) A mediana.

7. Considere que há um conjunto de clientes que tomam o pequeno almoço numa pastelaria.

Sabe-se que:

- 45% dos clientes incluem leite no seu pedido;
- 9% dos clientes incluem pão e leite no seu pedido;
- um quarto dos clientes não incluem pão nem leite no seu pedido.

Qual é a percentagem dos clientes que incluem pão no seu pedido?

- (A) 21%.
- (B) 25%.
- (C) 30%.
- (D) 39%.

8. Considere uma experiência aleatória, com espaço de resultados Ω finito e dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, associados a essa experiência.

Sabe-se que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$ e $P(A \cup B) = 0,5$, onde P designa a probabilidade.

Qual é a probabilidade de se realizar A , sabendo que B se realiza?

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

9. Considere que durante um processo eleitoral concorreram três listas.

Sabe-se que:

- a lista A obteve 458 votos;
- a lista B obteve 171 votos;
- a lista C obteve 542 votos;
- o número de mandatos é 6.

Qual é o número de mandatos de cada uma das listas usando o método d'Hondt?

- (A) A lista A tem 2 mandatos, a lista B tem 1 mandato e a lista C tem 3 mandatos.
 (B) A lista A tem 3 mandatos, a lista B tem 0 mandato e a lista C tem 3 mandatos.
 (C) A lista A tem 1 mandato, a lista B tem 1 mandato e a lista C tem 4 mandatos.
 (D) A lista A tem 2 mandatos, a lista B tem 2 mandatos e a lista C tem 2 mandatos.

10. Considere que numa caixa estão três cartões numerados de 1 a 3.

Extraem-se, ao acaso e em simultâneo, dois cartões da caixa.

Sabe-se que X é o maior dos números saídos.

Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X ?

(A)

x_i	2	3
$P(X = x_i)$	1/3	2/3

(B)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	1/3	1/3	1/3

(C)

x_i	2	3
$P(X = x_i)$	1/2	1/2

(D)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	1/3	1/6	1/2

Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de maneira clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode **recorrer à sua máquina de calcular** para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** em valores aproximados, realize arredondamentos com **4 casas decimais**.

1. Considere os valores da tabela, os quais indicam o peso (em grama) de cada uma de 30 castanhas, escolhidas aleatoriamente, entre as produzidas num determinado soto.

5,0	3,4	2,4	4,4	5,9	4,4	4,4	5,7	3,5	4,1	6,8	6,2	4,1	3,2	4,8
4,8	6,4	4,8	2,0	7,5	5,2	4,8	6,0	4,5	0,9	5,6	2,3	4,1	6,4	5,9

- (a) Determine um intervalo de confiança para peso média populacional das castanhas, com um nível de confiança de 99%.
- (b) Calcule uma estimativa pontual para a proporção de castanhas com peso inferior a 2,5 gramas.

2. A escala térmica usada em Inglaterra é a escala Fahrenheit. Quando a água gela, os termómetros ingleses marcam 32 °F e quando a água ferve marcam 212 °F.

A relação entre grau Celsius C (°C) e grau Fahrenheit F (°F) pode ser definida por,

$$\frac{F - 32}{9} = \frac{C}{5}.$$

- (a) Determine uma expressão designatória da relação dada, resolvida em ordem à variável F .
- (b) Indique, justificando, a quantos graus Celsius correspondem 32 °F?
- (c) Copie e complete a tabela, usando valores aproximados às centésimas.

Temperatura em grau Fahrenheit (°F)	10		50		100
Temperatura em grau Celsius (°C)		25		37	

3. Uma fábrica utiliza as máquinas A , B e C , no fabrico de um determinado tipo de peças.

As máquinas B e C produzem o mesmo número de peças e a máquina A produz o dobro das peças, no mesmo tempo.

Durante a produção das peças ocorrem erros que provocam a produção de peças defeituosas.

Suponha que 2% das peças produzidas tanto pela máquina A , como pela B e que 4% das peças produzidas pela máquina C , são defeituosas.

Retirou-se ao acaso uma peça do conjunto das que foram produzidas por aquelas máquinas.

(a) Qual a probabilidade da peça ser defeituosa?

(b) Sabendo que a peça é defeituosa, qual a probabilidade de ter sido produzida pela máquina A ?

4. Considere um triângulo isósceles (triângulo com dois lados iguais). Sabe-se que:

- o perímetro (soma de todos os lados) do triângulo é de 22 unidades de medida;
- cada um dos lados iguais, excede em 4 unidades de medida, o triplo do comprimento do lado desigual.

Pretendemos calcular o comprimento de cada um dos lados do triângulo.

Escreva um sistema de duas equações do 1.º grau que traduza este problema, representando por x o comprimento de cada um dos lados iguais e por y o comprimento do lado desigual.

5. Durante o ano letivo 2019/2020, os estudantes inscritos no curso de Matemática Aplicada às Ciências Sociais tiveram que realizar dois trabalhos escritos e dois testes de avaliação.

A tabela apresenta os resultados parciais obtidos por cinco desses estudantes.

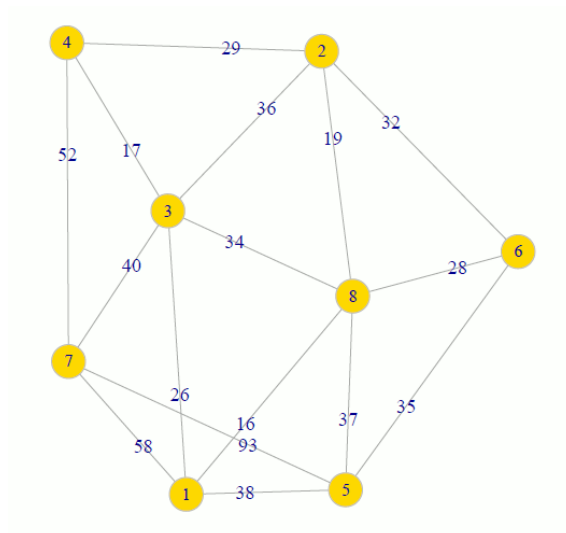
1.º Trabalho	1.º Teste	2.º Trabalho	2.º Teste
10,3	14,1	15,3	9,6
7,7	10,3	12,4	7,8
12,4	14,0	17,1	14,5
10,4	16,1	17,3	10,1
16,2	8,2	10,2	12,6

Sabe-se que:

- os trabalhos escritos têm o mesmo peso e valem 4 valores (em 20) da média final;
- o 1.º teste de avaliação tem um peso de 40% nos 16 valores da média final.

- (a) Determine a média ponderada de cada um dos cinco estudantes.
- (b) Considere os resultados de cada um dos testes de avaliação.
- Determine a média aritmética e o desvio padrão, em cada um dos testes.
 - Indique, justificando, em qual dos testes de avaliação os resultados obtidos são mais dispersos.

6. Considere o grafo representado na figura.



Sabe-se que sobre cada aresta está o custo de transporte de um determinado produto entre os vértices que ligam essa aresta.

- (a) Indique, justificando, se o grafo é um grafo hamiltoniano.
- (b) Indique, justificando, se existe algum circuito euleriano no grafo.
- (c) Dê um exemplo de uma árvore geradora do grafo e calcule o seu custo.
- (d) Determine a árvore geradora de custo mínimo, começando por explicar o funcionamento do algoritmo utilizado para obter essa árvore.

FIM da Prova de Avaliação

FORMULÁRIO

Probabilidades

Consideremos uma experiência aleatória e_h , com universo Ω e os acontecimentos A , B , A_1, A_2, \dots, A_n e E tais que: $P(E) \neq 0$, $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ e $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i, j = 1, 2, \dots, n : i \neq j$.

Então:

$$\diamond P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\diamond P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

$$\diamond P(E) = P(E \cap A_1) + P(E \cap A_2) + \dots + P(E \cap A_n)$$

$$\diamond P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i) P(A_i)}{P(E|A_1) P(A_1) + P(E|A_2) P(A_2) + \dots + P(E|A_n) P(A_n)}$$

Estatística Descritiva

Modalidades	Frequência Absoluta Ordinária	Frequência Relativa Ordinária	Frequência Absoluta Acumulada	Frequência Relativa Acumulada
x_1	n_1	f_1	N_1	F_1
x_2	n_2	f_2	N_2	F_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_i	n_i	f_i	$N_i = \sum_{j=1}^i n_j$	$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_p	n_p	f_p	$N_p = n$	$F_p = 1$

$$\diamond \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^p f_i x_i$$

$$\diamond s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Intervalos de Confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável.

$$\left[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

\bar{x} – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior ou igual a 30.

$$\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

\bar{x} – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p admitindo que a amostra tem dimensão superior ou igual a 30.

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

\hat{p} – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais.

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Grupo I		70
Cada resposta certa	7	
Cada resposta errada, anulada ou não respondida	0	
Grupo II		130
1.	20	
(a)	10	
(b)	10	
2.		
(a)	6	20
(b)	4	
(c)	10	
3.	20	
(a)	10	
(b)	10	
4.	15	
5.	25	
(a)	10	
(b)	15	
i.	10	
ii.	5	
6.	30	
(a)	5	
(b)	5	
(c)	10	
(d)	10	
Total		200