

- **Identifique claramente os grupos e as questões que responde.**
- A prova inclui um **formulário** na **página 8**.
- As **cotações** da prova encontram-se na **página 9**.

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada questão, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais apenas uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais que uma letra ou esta for ilegível, a questão será anulada.
- As respostas incorretas terão cotação nula.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Considere as seguintes afirmações:

- I - A equação, com duas incógnitas, da forma $x + 2y = 10$, $x, y \in \mathbb{R}$, tem uma infinidade de pares ordenados como solução.
- II - Qualquer sistema de duas equações do 1º grau a duas incógnitas tem apenas um par ordenado como solução.
- III - Um sistema indeterminado tem pelo menos uma solução.

Qual das seguintes alternativas é a correta?

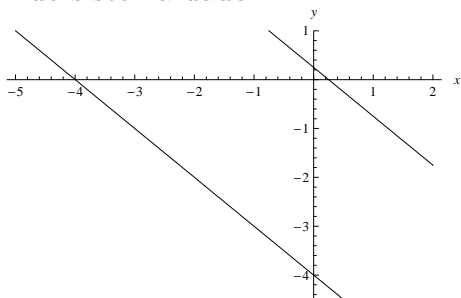
- (A) II é verdadeira e I,III são falsas;
- (B) III é verdadeira e I,II são falsas.
- (C) I,II são verdadeiras e III é falsa;
- (D) I e III são verdadeiras e II é falsa;

2. Considere o seguinte sistema de equações:

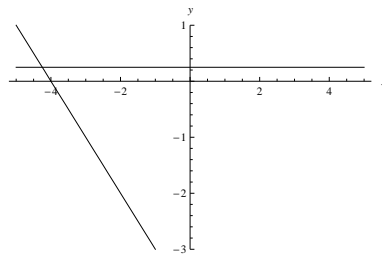
$$\begin{cases} x + 1 = -(y + 3) \\ (\frac{1}{2} - y)^2 = x + y^2 \end{cases} .$$

Em cada um dos seguintes referenciais cartesianos está representado um passo para a

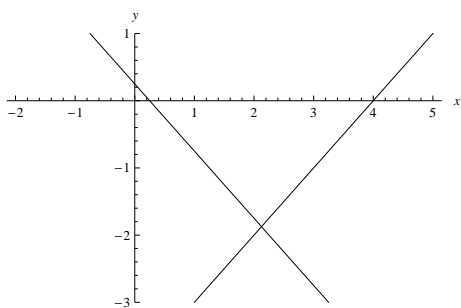
resolução gráfica de um sistema de equações. Qual a representação que corresponde ao do sistema dado?



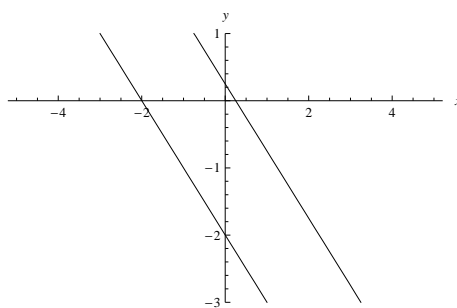
(A)



(B)



(C)



(D)

3. Considere a equação em x dada por:

$$4x^2 + (8 - 4k)x + 3k - 8 = 0, \quad k \in \mathbb{R}.$$

Escolha uma das seguintes opções, por forma a que a equação dada tenha uma única raiz real.

(A) $k \in \{3, 4\}$ (B) $k = 0$

(C) $k = 2$ (D) $k \in \left\{1, \frac{8}{3}\right\}$

4. Indique o valor que $m \in \mathbb{R}$ deve tomar de modo que

$$(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m = (x + 2)q(x),$$

onde $q(x)$ representa um polinómio de grau 1.

(A) $m = 0$ (B) $m = 8$

(C) $m = 6$ (D) $m = 1$

Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode recorrer à sua máquina de calcular para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Considere o polinómio

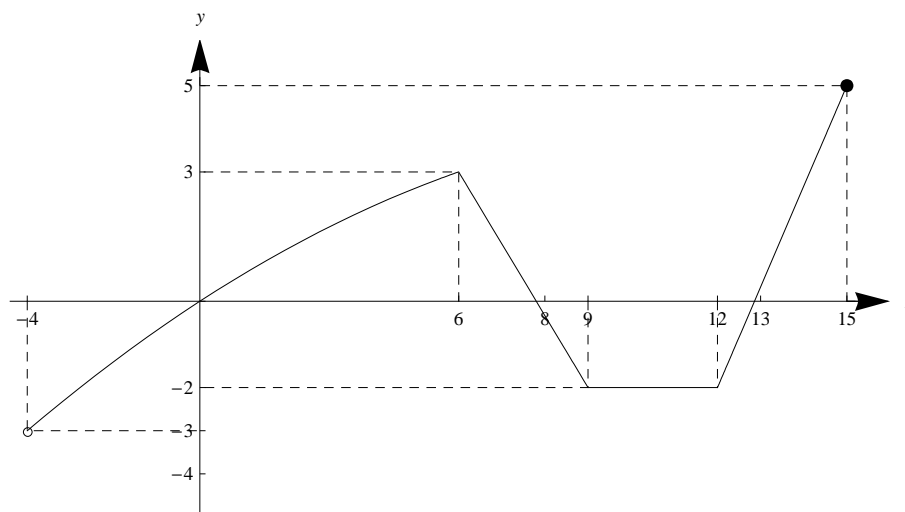
$$P(x) = ((x - 1)x + 3)x + 5.$$

- (a) Escreva $P(x)$ como um polinómio reduzido.
- (b) Mostre que $x = -1$ verifica a condição $P(x) = 0$.
- (c) Determine o conjunto solução da equação $x^2 - 2x + 5 = 0$.
- (d) Sabendo que $x^2 - 2x + 5$ é um fator de $P(x)$, decomponha $P(x)$ em fatores.

2. O João e o seu amigo Manuel têm no banco, conjuntamente, 1325 euros.

- (a) Se o dinheiro que o Manuel tem no banco for 25% do do João, que dinheiro tem cada um dos amigos?
- (b) Suponha que o João e o Manuel querem aplicar todo o dinheiro que têm num produto bancário, de modo que ao fim de 2 anos tenham conseguido, pelo menos, 1450 euros. Qual é a taxa de juro anual mínima, que esse produto bancário deve ter, por forma que o João e o Manuel consigam o seu objetivo?

3. Considere uma função f cujo gráfico está representado na figura seguinte:



- (a) Indique o domínio e o contradomínio de f .
- (b) Seja g uma função real de variável real definida por

$$g(x) = \begin{cases} mx + 13 & \text{se } 6 \leq x < 9 \\ c & \text{se } 9 \leq x \leq 12 \\ 5 + \frac{7}{6}(x - b) & \text{se } 12 < x \leq 15 \end{cases},$$

onde m, c e b são constantes reais.

Determine os valores das constantes reais m, c e b por forma que o gráfico da função g seja igual ao gráfico da função f quando $x \in [6, 15]$.

- (c) Quais os valores de x para os quais $f(x) = 0$?
- (d) Indique o(s) intervalo(s) onde a função f é negativa e monótona crescente.
- (e) Construa a tabela de variação de sinal da função f .
4. Inquiriram-se 20 pessoas quanto ao número de livros que leram no último mês. Os resultados obtidos encontram-se abaixo indicados:

1; 3; 0; 5; 1; 1; 0; 4; 6; 2; 0; 1; 3; 1; 2; 0; 4; 4; 3; 2.

- (a) Qual é o atributo em análise? Classifique-o, explicando a razão de tal classificação.

- (b) Construa a tabela de frequências para os dados apresentados.
 - (c) Em média, quantos livros leu cada pessoa no último mês?
 - (d) Calcule a amplitude interquartil dos dados.
5. Uma urna 1 contém quatro bolas brancas e uma bola preta. Por sua vez, uma urna 2 contém duas bolas brancas e duas bolas pretas.
- (a) Qual é a probabilidade de, ao retirar uma bola da urna 1, esta ser branca?
 - (b) Suponha agora que retira uma bola da urna 1 e, sem ver a cor, a introduz na urna 2. Qual é a probabilidade de, ao retirar uma bola da urna 2, esta ser branca?
 - (c) Qual é a probabilidade de, ao retirar uma bola da urna 1 e outra da urna 2, estas terem a mesma cor?

FIM

FORMULÁRIO

Probabilidades

Definição Clássica

Seja A um acontecimento do universo Ω

$$P(A) = \frac{\text{"nº de casos favoráveis a } A\text{"}}{\text{"nº de casos possíveis"}}$$

Probabilidades

Sejam A e B acontecimentos do universo Ω

Condicionadas

$$P(A \cap B) = P(A|B) P(B)$$

Teorema da

Sejam A, B_1, B_2 e B_3 acontecimentos do universo Ω tal que

Probabilidade Total

$P(A) \neq 0$ e B_1, B_2 e B_3 definem uma partição de Ω .

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3)$$

Teorema de Bayes

Sejam A e B acontecimentos do universo Ω com $P(A) \neq 0$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) P(B)}{P(A)}$$

Estatística Descritiva

Quadro de frequências

modalidades	frequência	
	absoluta ordinária (n_i)	relativa ordinária (f_i)
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
...
x_p	n_p	f_p
total	n	1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^p f_i x_i$$

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$q_r = \begin{cases} \frac{x_{(\frac{r \times n}{4})} + x_{(\frac{r \times n}{4} + 1)}}{2}, & \frac{r \times n}{4} \in \mathbb{N} \\ x_{(m)}, & \frac{r \times n}{4} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

onde m é o menor inteiro $> \frac{r \times n}{4}$

$$I_q = q_3 - q_1$$

Cotações

Grupo I	60
Cada resposta certa	10
Cada resposta errada, anulada ou não respondida	0
Grupo II	140
1.	24
a.	10
b.	4
c.	5
d.	5
2.	18
a.	8
b.	10
3.	38
a.	5
b.	12
c.	8
d.	5
e.	8
4.	35
a.	5
b.	10
c.	8
d.	12
5.	25
a.	5
b.	10
c.	10