Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos - 2016

Prova escrita de conhecimentos específicos de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Instruções gerais

1. A prova é constituída por 2 grupos de questões.

2. A duração da prova é de 2 horas, estando prevista uma tolerância de 30 minutos;

3. Só pode utilizar para elaboração das suas respostas e para efetuar os rascunhos as folhas distribuídas pelo docente vigilante, salvo se previsto outro procedimento;

4. Não utilize qualquer tipo de corretor. Se necessário risque ou peça uma troca de folha;

5. Não é autorizada a utilização de quaisquer ferramentas de natureza eletrónica (telemóvel, *ipad*, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), exceto máquina de calcular para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções, devidamente autorizadas.

6. Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um documento válido de identificação (cartão de cidadão, bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte);

7. Na última página da prova encontra cotação de cada questão.

Leiria, 4 de junho de 2016

Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos – 2016

Prova de Avaliação de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

- **Identifique claramente os grupos e as questões a que responde**.
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de **tinta azul** ou **preta**.
- É **interdito** o uso de "**esferográfica lápis**" e de **corretor**.
- A prova de avaliação tem **8 páginas**.
- A prova de avaliação inclui um **formulário** na **página 7**.
- As **cotações** da prova de avaliação encontram-se na **página 8**.

Grupo I

- As **seis questões** deste grupo são de **escolha múltipla**.
- Em cada questão são indicadas **quatro alternativas** de resposta das quais **só uma está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra ou se esta for ilegível, a sua **resposta** será considerada **incorreta**.
- As **respostas incorretas** terão **cotação nula**.
- **Não apresente nem cálculos nem justificações**.

1. A expressão polinomial $(x-a)^2+2ax$, onde a é uma constante real, é equivalente a:

   (A) x^2+a^2+2ax. **(B)** x^2-a^2+2ax.

   (C) x^2+a^2. **(D)** x^2-a^2.

2. Um museu recebeu 325 euros pela venda de bilhetes durante um dia. Nesse dia, o número de bilhetes vendidos para adultos foi o triplo do número de bilhetes vendidos para crianças. Os bilhetes de adulto custam 2 euros e os bilhetes de criança custam 50 cêntimos.

   Considere que a designa o número de bilhetes vendidos para adultos e c designa o número de bilhetes vendidos para crianças. O sistema de equações do 1.^{o} grau que permite calcular o número de bilhetes vendidos, nesse dia, para adultos e crianças é:

   (A) $\begin{cases} a=3c \\ a+c=325 \end{cases}$. **(B)** $\begin{cases} a=3c \\ 2a+0.5c=325 \end{cases}$.

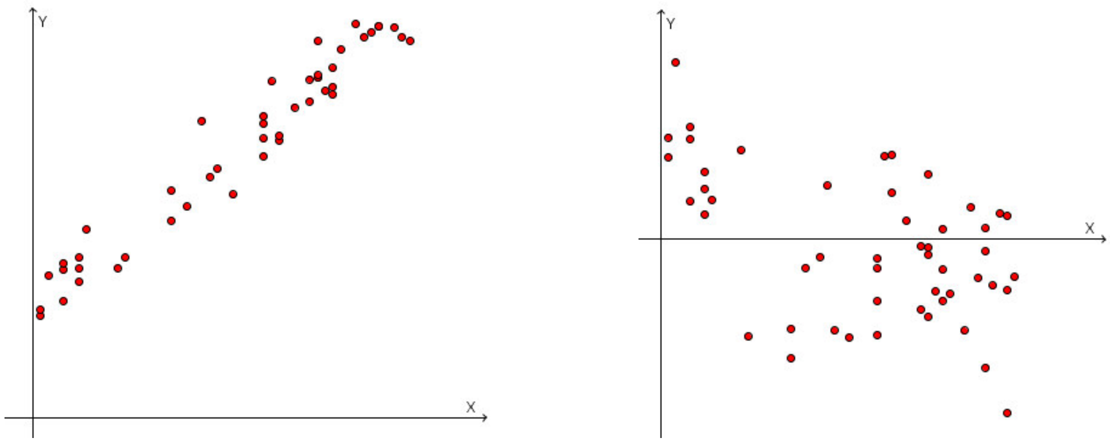
   (C) $\begin{cases} a=c+3 \\ a+c=325 \end{cases}$. **(D)** $\begin{cases} a=c+3 \\ 2a+0.5c=325 \end{cases}$.

3. Considere a reta r que passa pelos pontos de coordenadas $A(-1,5)$ e $B(2,-4)$.

   O declive da reta r é:

   (A) -3. **(B)** $-\frac{1}{3}$. **(C)** $\frac{1}{3}$. **(D)** 3.

4. Na figura seguinte estão representados os gráficos de dispersão de dois pares de variáveis.



(a) (b)

Qual das seguintes afirmações está correta?

(**A**) O coeficiente de correlação no par de variáveis em (a) é um número próximo de 1.

(**B**) O coeficiente de correlação no par de variáveis em (b) é um número próximo de 0.5.

(**C**) O coeficiente de correlação no par de variáveis em (a) é um número negativo.

(**D**) O coeficiente de correlação no par de variáveis em (b) é um número positivo.

5. Considere a tabela de frequências seguinte relativa a uma variável discreta X.

	Frequências Ordinárias	
X	Absolutas	Relativas
0	2	0.1
1	4	0.2
2	6	0.3
3	4	0.2
4	2	0.1
6	1	0.05
7	1	0.05

Qual a mediana deste conjunto de dados?

(**A**) 1. (**B**) 2. (**C**) 3. (**D**) 4.

6. Considere uma experiência aleatória, com espaço finito de resultados Ω e dois acontecimentos A e B ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) associados a essa experiência tais que:

- $P\left(\overline{B}\right) = 0.7$;
- $P\left(A \cap B\right) = 0.2$;
- $P\left(A \cap \overline{B}\right) = 0.5$.

O valor de $P\left(A \cup B\right)$ é:

(**A**) 0.2. (**B**) 0.5. (**C**) 0.7. (**D**) 0.8.

Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de maneira clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode **recorrer à sua máquina de calcular** para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Uma empresa de limpeza cobra uma taxa fixa de 25 euros pela deslocação e um custo fixo de 15 euros por cada hora de trabalho na casa dos clientes.

   (a) Indique uma expressão para uma função afim que descreva a relação entre o custo total (y) e o número de horas (x), de limpeza na casa de um cliente.

   (b) Usando a expressão da alínea anterior, determine:

      i. o custo total a pagar por 7 horas de limpeza em casa de um cliente;

      ii. o número de horas de limpeza na casa de um cliente, se este pagar um custo total de 160 euros.

2. A parábola de equação $y = (x+a)^2 - 5$ tem vértice no ponto de coordenadas $V(-3, b)$, onde a e b são constantes reais.

   Determine o valor das constantes reais a e b.

3. A temperatura, em grau Celsius, durante um dia na cidade de Leiria, obedece ao modelo matemático,

$$T(t) = \frac{-9t^2 + 200t + 1000}{100} \qquad \text{com} \qquad 0 \leq t \leq 24$$

   onde t representa as horas do dia.

   (a) Determine a temperatura ao início e ao fim desse dia na cidade de Leiria.

   (b) Determine a variação de temperatura entre as 12 horas e as 18 horas.

   (c) Determine a que hora do dia a temperatura atingiu o valor máximo e indique o valor da temperatura máxima.

   (d) Determine um valor aproximado da hora a que a temperatura atingiu os 9 ^{o}C.

4. Considere a função f, real de variável real, definida por,

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & se \quad x \leq -1 \\ x^2 & se \quad -1 < x < 1 \\ 3-x & se \quad x \geq 1 \end{cases} .$$

   (a) Apresente um esboço do gráfico da função f.

   (b) Indique o contradomínio da função f.

   (c) Determine os zeros da função f em todo o seu domínio.

   (d) Indique um intervalo onde a função f seja estritamente crescente e onde a função f não seja injetiva.

   (e) Determine o comprimento do segmento de reta que une os pontos $(-1, f(-1))$ e $(1, f(1))$.

5. Num exame de escolha múltipla o estudante sabe a resposta a cada uma das questões de escolha múltipla com uma probabilidade 0.6, independentemente da questão. Suponha que cada questão tem cinco alternativas de resposta, em que uma e só uma está certa. Quando o estudante não sabe a matéria responde ao acaso.

   (a) Qual a probabilidade do estudante acertar uma das questões de escolha múltipla? Justifique.

   (b) Sabendo que o estudante acertou uma das questões, qual a probabilidade do estudante ter respondido ao acaso?

   (c) Em duas questões de escolha múltipla, qual a probabilidade do estudante acertar pelo menos uma?

6. Os valores (em euros) seguintes representam uma amostra aleatória das ajudas do estado recebidas, mensalmente, pelos bolseiros de uma instituição de ensino superior.

218	218	220	222	221	218	219	220	217	218
219	220	221	218	217	219	220	218	222	219
218	224	220	218	224					

   (a) Indique a população e a variável estatística.

   (b) Construa uma tabela de frequências ordinárias e acumuladas, absolutas e relativas.

   (c) Qual o valor da média aritmética? E da moda?

   (d) Qual o valor da mediana? Diga qual o seu significado.

   (e) Qual a percentagem de estudantes, entre os 25, que recebem 200 ou menos euros de ajuda?

   (f) Represente graficamente as frequências ordinárias relativas.

FIM da Prova de Avaliação

FORMULÁRIO

Probabilidades

Consideremos uma experiência aleatória e_h, com universo Ω e os acontecimentos A, B, A_1, A_2, ..., A_n e E tais que: $P(E) \neq 0$, $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = \Omega$ e $A_i \cap A_j = \varnothing, \forall i, j = 1, 2, ..., n : i \neq j$.

Então:

◊ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

◊ $P(A|E) = \dfrac{P(A \cap E)}{P(E)}$

◊ $P(E) = P(E \cap A_1) + P(E \cap A_2) + ... + P(E \cap A_n)$

◊ $P(A_i|E) = \dfrac{P(E|A_i)\,P(A_i)}{P(E|A_1)\,P(A_1) + P(E|A_2)\,P(A_2) + ... + P(E|A_n)\,P(A_n)}$

Estatística Descritiva

Modalidades	Frequência Absoluta Ordinária (n_i)	Frequência Relativa Ordinária (f_i)
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
...	...	...
x_p	n_p	f_p
TOTAL	n	1

◊ $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^{p} f_i x_i$

◊ $s = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i^2}{n} - \overline{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \dfrac{n_i x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$

COTAÇÕES

Grupo I				**60**
Cada resposta certa		10		
Cada resposta errada, anulada ou não respondida		0		
Grupo II				**140**
1.			15	
(a)	10			
(b)	5			
i.	2			
ii.	3			
2.			15	
3.			30	
(a)	4			
(b)	6			
(c)	10			
(d)	10			
4.			30	
(a)	10			
(b)	3			
(c)	6			
(d)	4			
(e)	7			
5.			20	
(a)	5			
(b)	7			
(c)	8			
6.			30	
(a)	5			
(b)	5			
(c)	5			
(d)	5			
(e)	5			
(f)	5			
Total				**200**